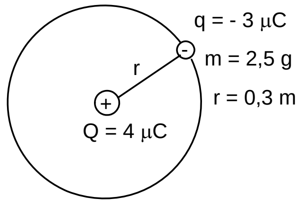
1. Una càrrega puntual fixa Q = 4 μC crea un camp elèctric al seu voltant. Una partícula de massa m = 2,5 g, carregada amb q = -3 μC, gira al voltant de Q fent un MCU de radi r = 30 cm. Calcula:

a) Freqüència de rotació.
b) Energia cinètica i energia potencial de la partícula.



a) La força elèctrica F que manté la partícula a l'òrbita és la força centrípeta F_c que fa que hi hagi un MCU.Com que són càrregues puntuals, la calcularem amb la llei de Coulomb:

$$\boxed{F = K\frac{Q\cdot q}{r^2}} \rightarrow F = K\frac{Q\cdot q}{r^2} = 9\cdot 10^9\frac{4\cdot 10^{-6}\cdot 3^{-6}}{0{,}3^2} = 1{,}2\ N$$

La força centrípeta: $$\boxed{F_c = m\omega^2 r} \rightarrow F_c = F \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{F_c}{mr}} = \sqrt{\frac{1{,}2}{0{,}0025\cdot 0{,}3}} = 40\ rad/s$$

La freqüència de rotació: $$\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi}} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{40}{2\pi} = 6{,}4\ rev/s$$

b) Calculem la velocitat: $$\boxed{v = \omega\ r} \rightarrow v = \omega\ r = 40\cdot 0{,}3 = 12\ m/s$$

i l'energia cinètica: $$\boxed{U_c = \frac{1}{2}mv^2} \rightarrow U_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0{,}0025\cdot 12^2 = 0{,}18\ J$$

Necessitem el potencial V que la càrrega Q crea a la distància r:

$$\boxed{V = K\frac{Q}{r}} \rightarrow V = K\frac{Q}{r} = 9\cdot 10^9\frac{4\cdot 10^{-6}}{0{,}3} = 120.000\ V$$

Ara ja podem calcular l'energia potencial: $$\boxed{U_p = qV} \rightarrow U_p = qV = (-3)\cdot 10^{-6}120.000 = -0{,}36\ J$$

Observem que aquí també, com en els satèl·lits del camp gravitatori, la relació d'energies és: $U_p = -2U_c$

---

2. Un planeta té un un satèl·lit de massa m = 400 kg en òrbita estable de radi r = 24.000 km i un període de 36 hores. Considera els casos següents:

a) Si ara el satèl·lit es parés, amb quina acceleració inicial començaria a caure cap al planeta?
b) Quina velocitat mínima caldria donar al satèl·lit per tal que sortís del camp gravitatori del planeta?

a) L'acceleració inicial de caiguda seria la mateixa que l'acceleració normal que té quan fa l'òrbita estable ja que hi actua la mateixa força gravitatòria.

$$\boxed{a_n = \omega^2 r} \quad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \rightarrow g = a_n = \frac{4\pi^2}{T^2}r = \frac{4\pi^2}{(36\cdot 60\cdot 60)^2}24\cdot 10^6 = 0{,}0564\ m/s^2$$

b) Calculem primer la velocitat lineal v que té ara: $$\boxed{v = \omega r} \rightarrow v = \frac{2\pi}{T}r = \frac{2\pi}{36\cdot 60\cdot 60}24\cdot 10^6 = 1.163'55\ m/s$$

i així trobarem l'energia cinètica: $$\boxed{U_c = \frac{1}{2}mv^2} \rightarrow U_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}400\cdot 1.163{,}55^2 = 2{,}71\cdot 10^8\ J$$

i la potencial: $$\boxed{U_p = -2U_c} \rightarrow U_p = -2U_c = -2\cdot 2{,}71\cdot 10^8\ J = -5{,}42\cdot 10^8\ J$$

Si li donem la velocitat mínima perquè surti del camp gravitatori, sabem que això vol dir que quan sigui fora del camp, tant l'energia cinètica com la potencial seran zero. Com que l'energia es conserva i acabem de trobar l'energia potencial del satèl·lit en òrbita, també tindrem la cinètica que en valor absolut ha de ser igual que la potencial perquè sumada a l'anterior ha de donar zero. Quan un cos s'allunya, l'energia cinètica es va transformant en energia potencial. Escriurem:

$$U_p + U_c = 0 \quad \rightarrow \quad U_p + \frac{1}{2}mv^2 = 0 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{-2U_c}{m}} = \sqrt{\frac{-2(-5{,}42 \cdot 10^8)}{400}} = 1.646{,}2 \ \ m/s$$

---

3. Un camp elèctric és creat per dues càrregues puntuals iguals i positives: $Q_1 = Q_2 = 5\ \mu C$. La primera situada al punt (0, - 9) m i la segona al (0, 9) m. Calcula:

a) La intensitat de camp $\vec{E}_A$ al punt A(12, 0) m i la intensitat de camp $\vec{E}_B$ al punt B(0, 0) i els potencials V_A i V_B en aquests mateixos punts.

b) Les acceleracions a_A i a_B i les energies potencials $U_p(A)$ i $U_p(B)$ que tindria una partícula de massa m = 4 mg i q = - 2 μC situada en aquests punts.

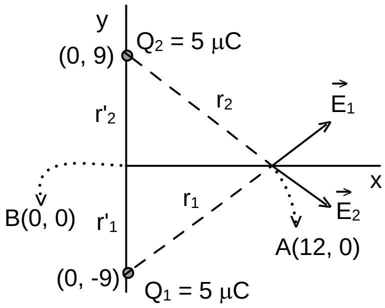
c) Si posem la partícula anterior al punt A, quina velocitat tindrà quan passi pel punt B?

a) Veiem que els vectors que necessitem són:

$\vec{r}_1 = (12,\ 9) \quad r_1 = 15\ \ m \quad \vec{r}_2 = (12,\ -9) \quad r_1 = 15\ \ m$

$\vec{r}\,'_1 = (0,\ -9) \quad r'_2 = 9\ \ m \quad \vec{r}\,'_2 = (0,\ -9) \quad r'_2 = 9\ \ m$

Ara ja podem calcular les intensitats de camp:



$$\boxed{\vec{E} = k\frac{Q}{r^3}\vec{r}} \quad \rightarrow \quad \vec{E}_1 = k\frac{Q_1}{r_1^3} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6}}{15^3}(12,\ 9) = (160,\ 120) \ \ N/C$$

$\rightarrow$ Anàlogament, trobem: $\vec{E}_2 = (160,\ -120) \ \ N/C$

La intensitat total al punt A, serà: $\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (160,\ 120) + (160,\ -120) = (320,\ 0) \ \ N/C$

Ja es veu que la intensitat de camp al punt B és: $\vec{E}_B = 0$ ja que les càrregues i les distàncies són iguals.

Calculem els potencials:

$$\boxed{V = k\frac{Q}{R}} \quad \rightarrow \quad V_1 = V_2 = k\frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6}}{15} = 3.000 \ \ V$$

Al punt A: $V_A = V_1 + V_2 = 2V_1 = 2 \cdot 3.000 = 6.000 \ \ V$

$$\rightarrow \quad V'_1 = V'_2 = k\frac{Q_2}{r'_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6}}{9} = 5.000 \ \ V$$

Al punt B: $V_A = V'_1 + V'_2 = 2V_1 = 2 \cdot 5.000 = 10.000 \ \ V$

b) Les acceleracions: $\boxed{F = qE}$ $\boxed{F = ma}$ $\rightarrow$ $a_A = \frac{F_A}{m} = \frac{qE_A}{m} = \frac{(-2) \cdot 10^{-6} \cdot 320}{4 \cdot 10^{-6}} = -160 \ \ m/s^2$. Aquí també: $a_B = 0$

Les energies potencials: $\boxed{U = qV}$

$\rightarrow$ $U_A = qV_A = (-2)10^{-6} \cdot 6.000 = -0{,}012 \ \ J$

$\rightarrow$ $U_B = qV_B = (-2)10^{-6} \cdot 10.000 = -0{,}020 \ \ J$

c) Es conserva l'energia:

$$\boxed{U_B = U_A} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B^{\,2} + U_{p(B)} = U_{p(A)} \quad \rightarrow \quad v_B = \sqrt{\frac{2(U_{p(A)} - U_{p(B)})}{m}} = \sqrt{\frac{2(-0{,}012 + 0{,}020)}{4 \cdot 10^{-6}}} = 63{,}25 \ \ m/s$$
