1. Un satèl·lit de la terra de massa m = 360 kg fa una òrbita a una velocitat v = 3.660 m/s. La força que el manté en òrbita és F = 160 N. Calcula:

a) El radi de l'òrbita i el període.

b) La gravetat en aquest lloc on és el satèl·lit. L' energia potencial i la total del satèl·lit.

c) L'impuls que la força que manté el satèl·lit en òrbita ha produït en el satèl·lit en un temps t =T/2 i el treball que li ha fet aquesta força en aquest temps.

a) Amb la segona llei calcularem el radi. És un MCU:

$$\boxed{F_c = m\frac{v^2}{r}} \rightarrow \quad r = \frac{mv^2}{F_c} = \frac{360\cdot(3.660)^2}{160} = 3{,}014\cdot10^7 \ \ m = 30.140 \ \ km$$

I ara el període: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{v/r} = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi 3{,}014\cdot10^7}{3.660} = 51.742 \ \ s = 14h, \ 22\min, \ 22s$

b) Podem calcular la gravetat g' amb la segona llei, perquè el pes que té el satèl·lit és la força gravitatòria que el manté en òrbita, és la força centrípeta que hem calculat abans.

$$\boxed{P' = mg'} \rightarrow \quad g' = \frac{P}{m} = \frac{F_c}{m} = \frac{160}{360} = 0{,}44 \ \ m/s^2$$

També amb la llei de la gravitació trobarem el mateix resultat: $g' = G\dfrac{M}{r^2} = 6{,}7\cdot10^{-11}\dfrac{6\cdot10^{24}}{(3{,}014\cdot10^7)^2} = 0{,}44 \ \ m/s^2$

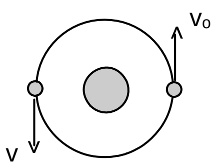
Podem calcular primer l'energia cinètica: $U_c = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}360.3.6600^2 = 2{,}4\cdot10^9 \ \ J$

i com que tractant-se d'un satèl·lit, l'energia potencial és el doble de la cinètica amb signe contrari, tenim:

$$U_p = -2U_c = -2\cdot2{,}4\cdot10^9 = -4{,}8\cdot10^9 \ \ J$$

També amb la fórmula de l'energia potencial: $U_p = -G\dfrac{Mm}{r} = -6{,}7\cdot10^{-11}\dfrac{6\cdot10^{24}\cdot400}{3{,}014\cdot10^7} = -4{,}8\cdot10^9 \ \ J$

c) La força centrípeta en aquest temps de mig període haurà produït un impuls que serà igual a la variació de la quantitat de moviment.



$$\boxed{\vec{I} = m\vec{v} - m\vec{v}_o}$$

Tractant-se de mig període, les velocitats inicial i final són iguals en mòdul i de signe contrari. $\vec{v} = -\vec{v}_o$

Per tant, $I = mv - m(-v) = 2mv = 2\cdot360\cdot3.660 = 2{,}635\cdot10^6 \ \ Ns$

En canvi, de treball no se n'ha fet cap perquè la força és perpendicular a la velocitat. Només hi ha treball quan la força es desplaça en la seva pròpia direcció. La força centrípeta no fa mai treball, no fa variar mai el mòdul de la velocitat, només la direcció. Si la força centrípeta fes treball, l'energia del satèl·lit variaria. Un satèl·lit sempre té la mateixa velocitat, per tant manté l'energia cinètica constant i el mateix radi d'òrbita, per tant , sempre té la mateixa energia potencial. La força gravitatòria que és la força centrípeta no fa treball.

Ja veiem que en aquest problema ens donen una dada de més. No calia, per exemple, que ens donessin la força F. Comprovem que, amb la velocitat podem calcular el radi r i, amb el radi, la força F. Escrivim la segona llei amb la força de gravetat:

$$\boxed{G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}} \rightarrow \quad r = \frac{GM}{v^2} = \frac{6{,}7\cdot10^{-11}\cdot6\cdot!0^{24}}{3.660^2} = 30.009.854 \ \ m$$

I, amb el radi, calculem la gravetat: $\boxed{g = \dfrac{GM}{r^2}} \rightarrow \quad g = \dfrac{GM}{r^2} = \dfrac{6{,}7\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}{30.009.854} = 0{,}446 \ \ m/s^2$

Ara ja podem calcular la força: $F = mg = 360\cdot0{,}446 = 160{,}6N$ que és, amb molta aproximació, el valor que donava el problema.

---

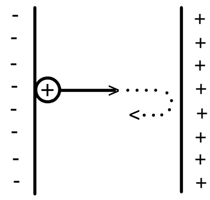
2. Tenim dues làmines metàl·liques verticals paral·leles, carregades i separades una distància d = 20 cm. Un protó surt de la placa negativa amb una velocitat $v = 8·10^5$ m/s i arriba just, sense velocitat, a la positiva. Calcula:

a) L'acceleració del protó i la força que rep.

b) La intensitat de camp entremig de les plaques i la diferència de potencial que tenen entre elles.

Dades: $m_p = 1{,}7·10^{-27}$ kg, $q_p = 1{,}6·10^{-19}$ C

a) Com que entremig de les plaques d'un condensador es considera que la intensitat de camp elèctric E és constant, la força que rebrà una partícula carregada que es mogui per aquest espai, serà constant i, per tant, també la seva acceleració en serà i així sabem que el protó tindrà un MRUV. (moviment rectilini uniformement variat). Ja podem calcular l'acceleració amb la fórmula de la cinemàtica del MRUV



$$\boxed{v^2 = v_o^{\ 2} + 2a\Delta x} \rightarrow \quad a = \frac{v^2 - v_o^{\ 2}}{2·\Delta x} = \frac{0-(8·10^5)}{2·0{,}2} = 1{,}6·10^{12} \ \ m/s^2$$

Ara, amb la 2ª llei, calculem la força:

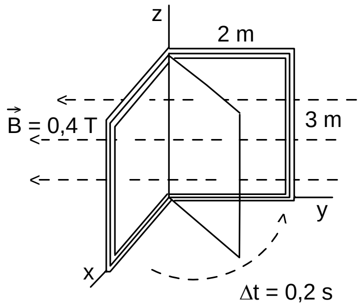
$$\boxed{F = ma} \rightarrow \quad F = ma = 1{,}7·10^{-27}·1{,}6·10^{12} = 2{,}72·10^{-15} \ \ N$$

b) La intensitat de camp elèctric per definició és: $\boxed{E = \frac{F}{q}}$ $\rightarrow \quad E = \frac{F}{q} = \frac{2{,}72·10^{-15}}{1{,}6·10^{-19}} = 17.000 \ \ N/C$

Si el camp E és constant, la relació entre el camp i el potencial V és: $\boxed{V = Ed}$ $\rightarrow \quad V = Ed = 17.000·0{,}2 = 3.400 \ \ V$

---

3. La bobina de la figura té 5 espires, unes dimensions de 2 x 3 m i una resistència de 5 Ω. Inicialment està en el pla x-z, a dins d'un camp magnètic $\vec{B} = -0{,}4\vec{j} \ \ T$ .Ara la bobina gira fent un MCU i, en 0,2 segons, es posa en el pla y-z.



a) Calcula la força electromotriu mitjana que s'origina dins de l'espira i la intensitat de corrent que hi circula.

b) Dibuixa el sentit de la intensitat de corrent i explica perquè té aquest sentit. Calcula el flux que travessa l'espira quan l'angle que fa l'espira amb el pla y-z és de 40º.

c) Calcula la força electromotriu a l'instant en què el pla de la bobina fa un angle de 60º amb el pla z-y i quan el fa de 30º.

a) Primer calcularem el flux inicial. La fórmula del flux és: $\boxed{\Phi = BS\cos\varphi}$

L'angle φ és l'angle entre el vector inducció magnètica $\vec{B}$ i el vector normal $\vec{S}$ a la superfície. Ja veiem que inicialment és zero.

El flux inicial és màxim: $\cos\varphi = 1 \rightarrow \quad \Phi_o = BS = 0{,}4·2·3 = 2{,}4 \ \ Weber$

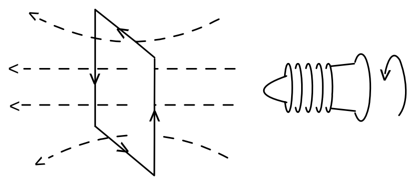
El flux final és zero.

Per calcular el voltatge que s'hi origina, farem servir la llei de Faraday.

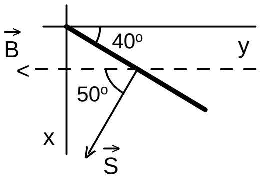
$$\boxed{V = -n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}} \rightarrow \quad V = -n\frac{\Phi - \Phi_o}{\Delta t} = -5\frac{0-2{,}4}{0{,}2} = 60 \ \ V$$

La intensitat de corrent la calcularem amb la llei d'Ohm: $\boxed{R = \frac{V}{I}}$ $\rightarrow \quad I = \frac{V}{R} = \frac{60}{5} = 12 \ \ A$

b) Com que, al girar la bobina, es produeix una disminució del flux que entra des de la dreta, la força electromotriu induïda produirà una intensitat que farà un augment d'aquest flux. Mirant la figura, veiem que el sentit de la intensitat i el sentit del flux produït compleixen la llei del cargol el qual gira en el sentit de la intensitat I i avança en el sentit del flux induït.



Quan la bobina fa un angle de 40º amb el pla y-z, el vector $\vec{S}$, normal a la superfície, fa un angle φ = 50º amb les línies de flux, per tant, el flux és:



$$\Phi = BS\cos\varphi = 0{,}4{\cdot}2{\cdot}3\cos 50^o = 1{,}54 \ \ webers = 1{,}54 \ \ Wb$$

c) Sabem que el flux a cada instant és: $\Phi = nBS\cos\varphi$ però, com que la bobina fa un MCU, l'angle és: $\varphi = \omega\ t$. Llavors el flux a cada instant és: $\Phi = nBS\cos\ \omega\ t$ i com que es tracta de calcular la f.e.m. instantània, o sigui, la variació de flux a cada instant, caldrà fer la derivada del flux respecte al temps. Cal tenir present que si l'angle que fa la bobina és de 60º, el del vector $\vec{S}$, es de φ =30º :

$$V = -n\frac{d\Phi}{dt} = -n\frac{d}{dt}(BS\cos\omega t) = -nBS\frac{d}{dt}\cos\omega t = nBS\omega\sin\omega t = nBS\omega\sin\varphi = 5{\cdot}04{\cdot}6\frac{5\pi}{2}\sin 30^o = 47 \ \ V$$

Igualment farem els càlculs per l'angle de 30º al que correspon un angle φ =60º :

$$V = -n\frac{d\Phi}{dt} = -n\frac{d}{dt}(BS\cos\omega t) = -nBS\frac{d}{dt}\cos\omega t = nBS\omega\sin\omega t = nBS\omega\sin\varphi = 5{\cdot}04{\cdot}6\frac{5\pi}{2}\sin 60^o = 81{,}6 \ \ V$$

Veiem que al principi hi ha un voltatge més petit que el mitjà i al final és més gros. El flux va disminuint així que gira la bobina però la variació de flux va augmentant.

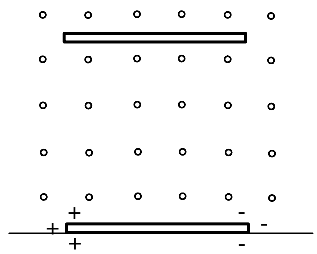
Hem necessitat la velocitat angular de l'espira. Si ens diuen que gira 90º en 0,2 segons, tenim: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\pi/2}{0{,}2} = \frac{5\pi}{2} \ \ s^{-1}$

---

4. Una barra de ferro de 120 cm cau d'una altura de 45 m. El component horitzontal del camp magnètic de la terra és de $2{\cdot}10^{-5}$ T. La barra baixa i arriba a terra en posició horitzontal. Calcula:

a) La diferència de potencial entre els extrems de la barra al moment d'arribar a terra.

b) La intensitat de camp elèctric al seu interior. Dibuixa el camp magnètic de la terra amb punts o creuetes i indica quin extrem de la barra quedarà positiu i quin negatiu segons el teu dibuix. Digues quina llei hi has aplicat per saber-ho.



a) Quan una barra metàl·lica es mou perpendicularment a les línies d'un camp magnètic, talla línies de camp. A dintre de la barra s'hi produeix una força electromotriu com si hi hagués una variació de flux.

Calcularem primer la velocitat quan arriba a terra: $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2{\cdot}10{\cdot}45} = 30 \ \ m/s$

I ara calcularem la diferència de potencial amb una fórmula deduïda de la llei de Faraday:

$$\boxed{\Delta V = Blv} \ \rightarrow \ \Delta V = Blv = 2{\cdot}10^{-5}{\cdot}1{,}2{\cdot}30 = 7{,}2{\cdot}10^{-4} \ \ V$$

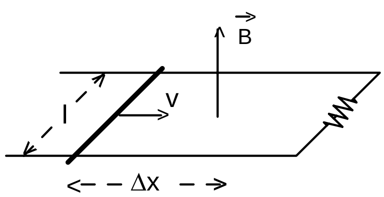
b) La relació entre la diferència de potencial i la intensitat de camp elèctric és:

$$\boxed{E = \frac{\Delta V}{\Delta x}}$$

i en el cas de la barra: $E = \frac{\Delta V}{l} = \frac{7{,}2{\cdot}10^{-4}}{1{,}2} = 6{\cdot}10^{-4} \ \ N/C$

Amb la llei de la mà esquerra, veiem que, tal com està dibuixat el camp, les càrregues elèctriques positives aniran cap a l'esquerra: El dit índex senyala la inducció magnètica B que surt del paper, el dit mitjà senyala la velocitat v avall i el dit gros la força F cap a l'esquerra que és cap a on aniran les càrregues positives de la barra.

Per deduir la fórmula que hem fet servir abans: $\Delta V = Blv$, suposarem que tenim una barra metàl·lica que es mou a velocitat constant pel damunt d'un fil conductor en forma d'U a dins d'un camp magnètic d'inducció B constant i perpendicular. Hi haurà una variació de flux a través d'una espira, encara que la inducció magnètica B sigui constant, perquè la superfície a través de la qual hi ha el flux, és variable. Calcularem el voltatge que s'hi produeix, amb la llei de Faraday i arribarem a la fórmula anterior:



$$\Delta V = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(B{\cdot}S)}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = \frac{B{\cdot}l{\cdot}\Delta x}{\Delta t} = B{\cdot}l{\cdot}v$$
